

Demostrar que para dos vectores cualesquiera A y B de V_n se tiene

$$\|A + B\|^2 + \|A - B\|^2 = 2\|A\|^2 + 2\|B\|^2$$

¿Qué teorema geométrico acerca de los lados y diagonales de un paralelogramo se puede deducir esa identidad?

Solución:

$$\|A + B\|^2 + \|A - B\|^2 = 2\|A\|^2 + 2\|B\|^2$$

$$= \|A^2 + 2AB + B^2\| + \|A^2 - 2AB + B^2\|$$

$$= \|A^2 + 2AB + B^2 + A^2 - 2AB + B^2\|$$

$$= \|A^2 + B^2 + A^2 + B^2\|$$

$$= \|A^2 + A^2\| + \|B^2 + B^2\|$$

$$= \|2A^2\| + \|2B^2\|$$

$$= 2\|A\|^2 + 2\|B\|^2$$

- El teorema geométrico del que se puede deducir esta identidad, es la desigualdad triangular.